3E / COURS

Équations et inéquations

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

01 Le problème

Un forfait de téléphone coûte 12 € par mois, un autre 5 € plus 0,10 € par minute. À partir de combien de minutes le premier devient-il plus avantageux ?

01 L'idée : la balance

Une équation, c'est une balance en équilibre : tout ce que tu fais d'un côté, tu le fais de l'autre, et elle reste en équilibre. Une inéquation, c'est une balance qui penche : ajouter le même poids des deux côtés ne change pas le côté qui penche. Mais si on retourne la balance (multiplier par un négatif), elle penche de l'autre côté.

Équation : égalité contenant une inconnue. **Résoudre**, c'est trouver toutes les valeurs de l'inconnue qui la rendent vraie : ce sont les **solutions**. **Inéquation** : inégalité contenant une inconnue ($<$, $>$, $\leq$, $\geq$). Elle a souvent une infinité de solutions.

01 Les équations du premier degré

On isole x en faisant la même opération des deux côtés.

- On peut **ajouter ou soustraire** le même nombre aux deux membres.
- On peut **multiplier ou diviser** les deux membres par le même nombre **non nul**.

Exemple : $5x - 7 = 2x + 8$. On soustrait $2x$: $3x - 7 = 8$. On ajoute 7 : $3x = 15$. On divise par 3 : $x = 5$.
Vérification : $5 \times 5 - 7 = 18$ et $2 \times 5 + 8 = 18$.

01 L'équation produit nul

Un produit est nul si et seulement si **l'un au moins** de ses facteurs est nul : $A \times B = 0 \iff A = 0$ ou $B = 0$

$(x - 3)(2x + 4) = 0$: $x - 3 = 0$ ou $2x + 4 = 0$, donc $x = 3$ ou $x = -2$. Deux solutions.

Si l'équation n'est pas déjà factorisée, on **factorise** d'abord : $x^2 - 9 = 0$ s'écrit $(x - 3)(x + 3) = 0$.

L'équation $x^2 = a$

- Si $a > 0$: deux solutions, $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$. ($x^2 = 25$: $x = 5$ ou $x = -5$.)
- Si $a = 0$: une solution, 0.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/3e/equations-et-inequations/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

- Si $a < 0$: aucune solution, car un carré est toujours positif.

Les inéquations

Mêmes règles que pour les équations, **avec une exception** :

> Quand on multiplie ou divise les deux membres par un nombre **négatif**, on **change le sens** de l'inégalité.

$-2x < 6$: on divise par -2, donc $x > -3$. On représente les solutions sur une droite graduée par un crochet : ici, tous les nombres strictement supérieurs à -3, crochet tourné vers l'extérieur en -3.

Mettre en équation

1. **Choisis l'inconnue** et dis ce qu'elle représente.
2. **Traduis** l'énoncé en équation ou inéquation.
3. **Résous**.
4. **Vérifie** et **réponds** par une phrase.

Retour au problème

Soit x le nombre de minutes. Le second forfait coûte $5 + 0{,}1x$. Le premier est plus avantageux quand $5 + 0{,}1x > 12$.

$0{,}1x > 7$, donc $x > 70$. Au-delà de 70 minutes par mois, le forfait à 12 € est le meilleur. À 70 minutes pile, les deux coûtent 12 €.

Les pièges

- Divise par un négatif, **retourne** le signe de l'inégalité.
- $x^2 = 16$ a **deux** solutions : 4 et -4.
- On ne divise jamais par une expression qui contient x (on risque de perdre une solution) : on factorise.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/3e/equations-et-inequations/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits