3E / COURS

Développer, factoriser et l'équation produit nul

Astrolab Cours · astrolabcours.fr

01 Le problème

On agrandit un carré : on ajoute 3 cm à son côté, et son aire augmente de 45 cm². Quelle était la longueur du côté au départ ?

Pour répondre, il faut savoir **développer** une expression comme $(x+3)^2$.

01 L'idée : la valise

Une expression algébrique, c'est une **valise**.

- **Développer**, c'est **défaire la valise** et étaler toutes les affaires sur le lit : on obtient une **somme** de termes, qu'on peut trier et regrouper.
- **Factoriser**, c'est **refaire la valise** : on range tout dans un seul bagage, sous forme de **produit**.

Chaque forme a son utilité : la somme pour calculer et réduire, le produit pour résoudre une équation.

01 Développer

- **Distributivité simple** : $k(a+b) = ka + kb$.
- **Double distributivité** : $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$.

Exemple : $(2x+1)(x-4) = 2x^2 - 8x + x - 4 = 2x^2 - 7x - 4$.

Attention au signe moins devant une parenthèse : $-(x-5) = -x + 5$. Tous les signes changent.

Les identités remarquables

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Ce sont des raccourcis pour défaire la valise plus vite. Exemple : $(x+6)^2 = x^2 + 12x + 36$.

Factoriser

Pour refaire la valise, on cherche un **facteur commun** : $ka + kb = k(a+b)$.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/3e/developper-et-factoriser/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits

Ou bien on reconnaît une identité remarquable à l'envers : $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$.

Exemples : $7x + 21 = 7(x+3)$; $x^2 - 25 = (x-5)(x+5)$.

L'équation produit nul

Si un produit est nul, alors l'un au moins de ses facteurs est nul : $A \times B = 0 \iff A = 0$ ou $B = 0$.

Exemple : $(x-2)(3x+9) = 0$ donne $x = 2$ ou $x = -3$.

Retour au problème

On note x le côté de départ. Nouvelle aire moins ancienne aire :

$$(x+3)^2 - x^2 = x^2 + 6x + 9 - x^2 = 6x + 9$$

$6x + 9 = 45 \iff 6x = 36 \iff x = 6$. Le carré mesurait 6 cm de côté.

Au lycée, on va plus loin avec le calcul littéral de Seconde.

© Astrolab Cours · astrolabcours.fr/maths/3e/developper-et-factoriser/ · Tous droits réservés : usage personnel uniquement, republication et usage commercial interdits